

TD1 : Trigonométrie

Formule et formulaire

Exercice 1

1. Sachant que $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$, calculer $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$
2. Sachant que $\cos\left(\frac{\pi}{10}\right) = \frac{1}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$, calculer $\sin\left(\frac{\pi}{10}\right)$

Exercice 2

Exprimer les expressions trigonométriques suivantes uniquement en fonction de $\sin(x)$ et de $\cos(x)$.
On parle de *délinéarisation*.

1. $\cos(2x)$
2. $\sin(2x)$
3. $\sin(4x)$
4. $\sin(3x)$
5. $\cos(5x)$
6. $1 - \sin^2(2x)$
7. $1 + \cos^2(2x)$
8. $\sin(x)\cos(2x)$

Exercice 3

Exprimer les expressions trigonométriques suivantes uniquement à l'aide du sinus.

1. $\cos(x)$
2. $\cos(x + 2020\pi)$
3. $\cos(x + 2021\pi)$
4. $\cos\left(4x - \frac{5\pi}{6}\right)$
5. $\cos^2\left(4x - \frac{5\pi}{6}\right)$
6. $\cos(x) + \sin(x)$
7. $\cos(2x) + \sin(2x)$
8. $\cos(2x) - \sin(2x)$
9. $\cos(2x)\sin(3x)$

Exercice 4

Exprimer les expressions trigonométriques suivantes uniquement à l'aide du cosinus.

1. $\sin(x)$
2. $\sin(x + 2020\pi)$
3. $\sin(x + 2021\pi)$
4. $\sin\left(4x - \frac{5\pi}{6}\right)$
5. $\sin^2\left(4x - \frac{5\pi}{6}\right)$
6. $\cos(x) + \sin(x)$
7. $\cos(2x) + \sin(2x)$
8. $\cos(2x) - \sin(2x)$
9. $\cos(2x)\sin(3x)$

Exercice 5

1. Pour tout réel x simplifier $A(x) = \cos(3\pi - x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sin\left(-\frac{3\pi}{2} - x\right)$

2. Pour tout réel x simplifier $B(x) = \sin(x)\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \frac{1}{2}\sin\left(-\frac{3\pi}{2} + 2x\right)$

Équation à la main

Exercice 6

- Déterminer la mesure de l'angle x tel que
$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \\ \sin(x) = \frac{1}{2} \end{cases}$$
- Déterminer la mesure de l'angle x tel que
$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \\ \cos(x) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Exercice 7

Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes :

- $\sin(x) = -1$
- $\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\sin(3x) = \frac{1}{2}$
- $\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\sin\left(-3x + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\cos\left(\frac{1}{2}x - \frac{5\pi}{6}\right) = 0$

Exercice 8

Reprendre les équations précédentes et donner leur solution dans

- $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right[$
- $[2020\pi; 2021\pi[$

Équation à la calculatrice

Exercice 9

A l'aide de la calculatrice, déterminer la valeur approchée d'une solution, si c'est possible, de chacune des équations suivantes.

- $\cos(x) = 0$
- $\sin\left(\frac{1}{10}x\right) = 0.1$
- $\cos(2^{10}x - 4096) = 0.2$
- $\sin(-x + \pi) = 0.3$
- $\cos\left(\frac{x}{10} - 1\right) = 0.4$
- $\sin(\cos(x) + 1) = 0.5$
- $\sin\left(\cos\left(5x - \frac{1}{3}\right)\right) = 0.6$
- $\sin(x^2 - x) = 0.7$
- $\cos(\cos(x)^2) = 0.8$
- $\sin^2(1 - \sin(x)) = 0.9$